第 10 卷　第 9 期
2005 年 9 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 10, No. 9
Sep., 2005

Level Set 方法求解机器人路径规划的探讨

杨余旺　　杨静宇　　龚　璐
（南京理工大学计算机系，南京　210094）

摘　要　移动机器人路径规划是机器人学的一个最基本也是最复杂的问题，路径规划的主要方法有势能方法、单元分解方法、神经网络（NN）等。水平集（level set）方法已经广泛应用于图像处理和计算机图形学领域，因为其具有能够处理拓扑改变、数值稳定性好和独立于参数化的优势。为了探讨 Level set 方法在求解机器人路径规划中的应用，在介绍水平集法的基本思想和相关技术，以及路径规划的求解方法等的基础上，引入路径规划问题的隐式主动轮廓模型，即水平集模型，并采用快速推进方法（FMM）求解此模型方程，进而给出了路径规划模型的计算结果及其可视化界面，并且与经典势能法的计算结果进行了比较。理论和计算结果证明，Level set 方法求解机器人路径规划是可行和有效的，从而为机器人路径规划研究提供了新的思路和方法。

关键词　Level set 方法　路径规划　机器人视觉　主动轮廓

中图法分类号：TP242.62　TP391.41　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1006-8961(2005)09-1139-07

The Solution for Robot Path Planning Based on Level Set Method

YANG Yu-wang, YANG Jian-yu, GONG Lu
(*Computer Department of Nanjing University of Science and Technology, Jiangsu* 210094)

Abstract　Path Planning for mobile robots is one of the most fundamental and complex problem in robotics. Main solution methods for path planning mainly include potential field ,unit decomposing and neural network methods. Level set methods have been used in a variety of image processing and computer vision tasks with many advantages such as handling of topological changes, numerical stability and independence of paramerization. In order to exploit the application of Level set method in robot path planning problem. Based on introduction of the basic principle, some relative technology of level set method, and solution methods for path planning, implicit Snake or level set model for path planning problems is presented, and fast marching method(FMM) is used to solve this kind of model. Some computation results and their visualization interfaces for this model are given, and compared to the results from classical potential energy methods. Theory and computation results prove that Level set method for robot path planning is feasible and valid , then new technology and method are provide for robot path planning research.

Keywords　Level set method, path planning, robot vision, Snake

1　引　言

移动机器人路径规划是机器人学的一个最基本也是最复杂的问题，它被描述成：当给定了一个移动机器人所处的环境（环境可以通过移动机器人视觉系统或者别的途径获得）以及一个起始点和一个期望的终止点，则移动机器人路径规划就是根据一定的任务要求来寻求一条连接起始点到终止点，且能避开环境中障碍物的移动机器人的运动轨迹，即寻求一条最优或次优的有效路径。

路径规划的主要方法有势能方法、单元分解方

基金项目：国家自然科学基金项目（60072034）；留学回国人员资助资金项目（k206001）；南京市人事局基金项目（AD06003）
收稿日期：2003-08-21；**改回日期**：2005-01-19

第一作者简介：杨余旺（1966～　），男，南京理工大学计算机系副教授。1996 年获得南京理工大学数值仿真博士学位。主要研究领域为模式识别和网络通信。发表论文 20 余篇，获部级科技进步奖二等奖两项。E-mail：yuwangyang608@163.com

法、路形图方法、水平集(level set)方法、神经网络(neural network, NN)、遗传算法(genetic algorithm, GA)和模糊控制等[1~4]。

势能方法是最典型方法,它具有数学完备性和简单性,其虽可归结为向目标吸引、离障碍物外推,但难以处理障碍物振荡,窄通道振荡等问题。另外,一般研究中,虽然目标位置远离障碍物,但事实上,由于有时目标位置离障碍物很近,因此,当机器人靠近目标时,也同时靠近障碍物,如果按普通引力和排斥力场的定义方法,排斥力会比引力大得多,即目标位置不是全局最小,这将使机器人不能到达障碍物附近的目标。其可以通过修正排斥力场,考虑机器人和目标的相对位置等方法来克服这方面问题。

单元分解方法是将自由空间分成很小的域(例如四叉树等)来进行路径规划。

路形图方法则依赖于配置空间和连续路径的概念。一系列的1维线段代表连接不同多边形障碍物的两个节点,其代表路形图,如果连续路径被发现,则起始点和终点就连接到这个路径,即达到最终解。如果有多个路径被发现,则可用Dijkstra等最短路径算法发现其中最好的一个。

也有人提出用二叉树来表示2维空间的方法,即利用二叉树遍历方法来设计移动机器人在复杂环境下对动态障碍物进行避障的A^*算法。

遗传算法虽然能从概率的意义上,以随机的方式寻求到全局最优解,但它在实际应用过程中也可能会产生一些问题,这些问题中最主要的是早熟现象、局部寻优能力差等。它们在路径规划中的典型表现是:所得到的路径虽然总体上是较好的,但由于存在着个别不必要的尖峰,因而局部上并非最优。引起这些问题是主要原因是,由于新一代群的产生主要是依靠上一代群体之间的随机交叉重组来进行的,所以即使是在最优解附近要达到这个最优解,却要费一番功夫,甚至要花费较大的代价,即由于路径上尖峰点的消除是随机进行的,所以无法保证尖峰点能完全被消除。

这些就要求人们寻找一种更好的方法来解决这个问题。目前被证明有较好性能的水平集方法,为机器人寻径提供了新的希望。

Level set方法[5]基于起点和终点,在控制速度函数作用下求解水平集方程,当空间点属于障碍物时,控制函数可以取较小值;当空间点属于自由区域时,控制函数可以取较大值,一旦解被发现,则经过沿梯度方向从终点到起点地向后扩展来构成优化路径。

Level set方法能有效模拟动态过程,例如线性和非线性扩散,其计算上可以利用现有的数值模拟和计算流体力学(computation fluid dynamics, CFD)中丰富的经验和知识,以便更有效地实现偏微分方程的求解[6~9]。

Level set方法最大优点是:(1)能用于任何凸、凹、分裂和合并等图像处理;(2)不像Snake轮廓模型,它能发现局部和全局极小量,并容易和经典Snake模型结合;(3)如果存在多个Level set函数,则在分割过程中,能完成自动分裂和合并的多项处理任务;(4)容许与视觉模型的集成,例如模糊聚类、贝叶斯模型等,使系统非常健壮和精确等。

Level set方法的主要缺点有:(1)如果一些目标嵌入在另一个目标中,则Level set法不能捕捉所有感兴趣目标,此时,需要针对多个目标的初始化技术;(2)如果目标中有间隙,则会造成遗漏;(3)激波可能会引起振荡解问题,因而需要高阶高分辨率格式应用。

虽然水平集方法能够很好地应用于路径规划问题,但目前研究仍然很少,本文首先介绍、阐述水平集法在实际应用上的一些优缺点,然后讲述一些路径规划的基本概念、表达方式及现有的求解方法等,最后将水平集法应用到求解路径规划模型中,并给出计算结果及其可视化界面。

2 Level set 方法

Level set方法,即等值线法的原始思想很简单,它是假设空间$\boldsymbol{R}^n$中的一个界面$\boldsymbol{\Gamma}$,包围一个开放区域$\boldsymbol{\Omega}$,希望分析和计算在速度场$\boldsymbol{v}$下的连续运动,而且速度能够依赖于位置、时间、界面几何(例如法向或平均曲率)和外物理作用等。这个思想在1987年由Osher和Sethian提出时,仅仅定义一个光滑函数$\varphi(\boldsymbol{x},t)$,当$\varphi(\boldsymbol{x},t)=0$时,其代表界面,这里,$\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots,x_n)\in\boldsymbol{R}^n$。$x_1,\cdots,x_n$是$\boldsymbol{R}^n$空间坐标分量。

光滑线函数$\varphi(\boldsymbol{x},t)$具有以下性质:(1)$\varphi(\boldsymbol{x},t)>0$,当$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{\Omega}$时;(2)$\varphi(\boldsymbol{x},t)<0$,当$\boldsymbol{x}\notin\boldsymbol{\Omega}$时;(3)$\varphi(\boldsymbol{x},t)=0$,当$\boldsymbol{x}\in\partial\boldsymbol{\Omega}=\boldsymbol{\Gamma}(t)$时。$\varphi(\boldsymbol{x},t)$的值,称为Level,而$\boldsymbol{\Gamma}(t)$则称为set。因此,后续时间中,仅在$\varphi(\boldsymbol{x},t)$消失时,才定位$\boldsymbol{\Gamma}(t)$,此时界面被捕捉,即表面被隐式定义成函数$\varphi(\boldsymbol{x},t)$的零等轮廓

线,这之所以对数值计算具有重大意义,主要是因为拓扑改变(例如分割和合并)能够自动地被很好定义和执行的缘故。

隐式函数 $\varphi(\boldsymbol{x},t)$ 的发展受同 $\boldsymbol{v}$ 相关的对流方程控制,即

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\nabla\varphi=0 \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{v}$ 是界面上的期望速度,在其他地方是任意的。

事实上,仅仅需要 $\boldsymbol{v}$ 的法向分量:$v_{\text{normal}}=\boldsymbol{v}\cdot\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}$,令 $N=\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}$,界面的平均曲率 $k=\nabla\cdot N$,若有 $k=0$,则界面是平面,若 $k>0$,则界面是凸面;若 $k<0$,则界面是凹面。

因此,式(1)可写成

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+v_{\text{normal}}|\nabla\varphi|=0 \tag{2}$$

这样就很容易处理 2 维和 3 维中边界拓扑改变现象。另外,当 v_{normal} 是单位法向速度的时候,则式(2)就成为一阶 Hamilton-Jacobi 方程,即 H-J 方程

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+|\nabla\varphi|\gamma(N)=0 \tag{3}$$

这里,$\gamma=\gamma(N)$。另外,也可进一步获得 H-J 方程的高阶高精度非振荡离散形式。

随着表面维数的增加,水平集法的计算成本增加很快,其改善的方法有用窄带技术来实现的水平集法,另外,还有用自适应网络技术来进行改善等[10]。

快速推进方法(fast marching method, FMM)用于求解 Eikonal 方程或具有 Signed 不改变的水平集发展方程。这些方法主要从一个给定曲线计算 Signed 距离变换。Signed 距离函数是用于窄带算法的水平集函数。如果轮廓仅仅向内运动(Snake 的压力作用)或者向外运动(Snake 的浮力作用),则 FMM 也可以用于简单的主动轮廓模型。

累积分类算法用于选择最小值。这种累积可以看作是树或有序数组。二进制累积具有给定子位置处的值总是大于或等于其父位置处的值的特点,而累积中的极小路径时间则存储在累积顶部。

自适应水平集法是指网格的分辨率在推进过程中是变化的。这种方案具有以下特点:(1)算法不需要重新初始化;(2)由于计算域可以扩展到感兴趣边界以外,且没有性能损失,因此边界条件对稳定解不是很关键;(3)自适应水平集法容许表面自身可以是非定常的,这意味着,可以选择性地重新分配表面的信息密度,由于这种表面可以匹配自身表面很小的尺度特征,因此,自适应水平集法虽比平滑窄带方法更健壮,但其在高曲率处并不稳定。

“窄带”方法又称为当地等值线法,即为了获得合理的运行时间,界面运动和重新初始化都限制在“窄带”范围内,而超出这个范围的邻域则在运动中不被更新。这种“窄带”思想至今仍在使用。“窄带”思想对求解 H-J 方程和初始化水平集都很重要。

形状量化分析方法,则利用偏微分几何知识,例如高斯、极小、极大曲率等概念来对等值线(面)进行量化处理,以便获得 Level set 方法的计算结果。

3　路径规划模型

在 2 维空间中,平移和旋转的机器人路径规划问题的结构空间是 $\boldsymbol{R}^2*\boldsymbol{S}^2$,其中 $\boldsymbol{S}^2$ 为水平集所表示的曲线。分界面是一条曼延曲线的 2 维结构,而且零状态的水平集位于(x,y)坐标平面上,即让光滑函数 $\varphi(x,y)$代表穿过点(x,y)的曲线,v_{normal}是单位法向传播速度,其值或者全是正的或者全是负的。这时平面上的 $\varphi(x,y)$满足下面的方程:

$$|\nabla\varphi|v_{\text{normal}}=0$$

此方程是定常 H-J 方程,又称为静止水平集方程。

假设在某结构空间中,存在一出发点 I 和一个目标点 G,还有表现结构空间障碍子集的一个集合,则在速度函数 $V(x,y)$作用下,为避免这些障碍,从 I 点到 G 点的最短路径可以通过计算上面静止水平集方程来得到。当那些(x,y)点属于障碍集时,则 $V(x,y)$被重新设定为一个非常小的数字;当那些(x,y)点属于自由集时,则 $V(x,y)$被重新设定为一个较大的数字。一旦得到收敛解,就可沿着从 G 点到 I 点倾斜的梯度方向构造最佳的路径。

在规划设计中,结构空间可用一组 3 个参数$(x,y,0)$表示,其中(x,y)用来描述机器人的平移,0 用来描述机器人的旋转。假定给出一个函数 $V(x,y,0)$用来表示结构空间中任意一点的速度函数,则这时就可以简单地重写上面静态水平集方程。

4　求解路径规划模型

如今有许多现有的偏微分方程数值解格式用于求解上述静态水平集方程,例如迎风格式、TVD (total variation diminishing)、ENO(essentially non-oscillatory)和 WENO(weighted essentially non-oscillatory)等[11,12],并且可以将上述方程改写成与时间相关的形式,即采用时间相关法求解非定常方程来获得定常解。

即使采用这些高阶精度方法求解 H-J 方程,当水平集函数解变成太陡或太平滑,例如非连续时,也会得到意想不到的非精确解。为了减少由太陡和太平滑引起的数值误差,计算中应该周期性地重新初始化水平集函数。不幸的是,直接的重新初始化路径是很慢的,特别当每个时间步都需要做初始化时。为了获得合理的运行时间,应限制界面运动和重新初始化在"窄带"范围内。这种"窄带"思想对求解 H-J 方程和初始化水平集都很重要,因为这可以使其不会成为非连续的和乏条件的。

快速推进方法往往和一阶迎风格式结合,用于求解 Eikonal 方程或具有 Signed 不改变的水平集发展方程。该方程主要从一个给定曲线来计算 Signed 距离变换。Signed 距离函数是用于窄带算法的水平集函数。FMM 方法主要有初始化、标记和匹配 3 步。

计算时,同时采用图形界面显示机器人、目标、障碍物、边框和路径。以下是计算结果及简单的界面:图 1 显示了路径规划的环境;图 2 是上述环境下的路径计算结果;图 3 是在同一障碍物环境下不同目标终点的计算结果;图 4 和图 5 是不同障碍物环境下的计算结果。

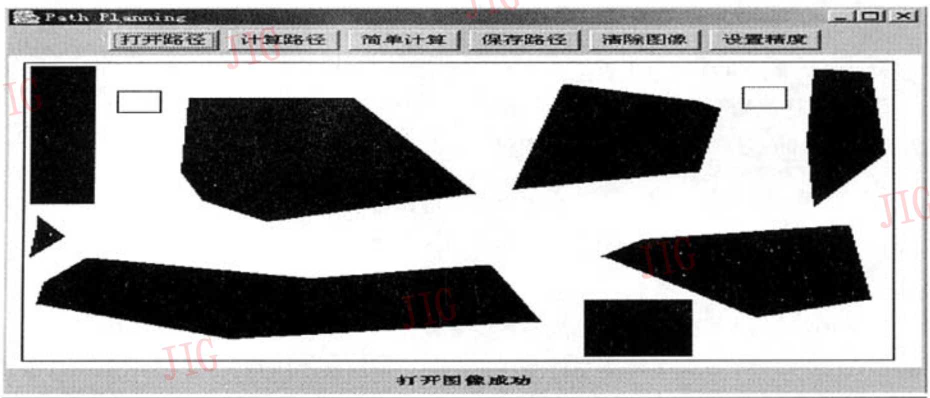

图 1 路径规划环境(黑色部分代表障碍物)

Fig. 1 Path planning environment(black for obstacle)

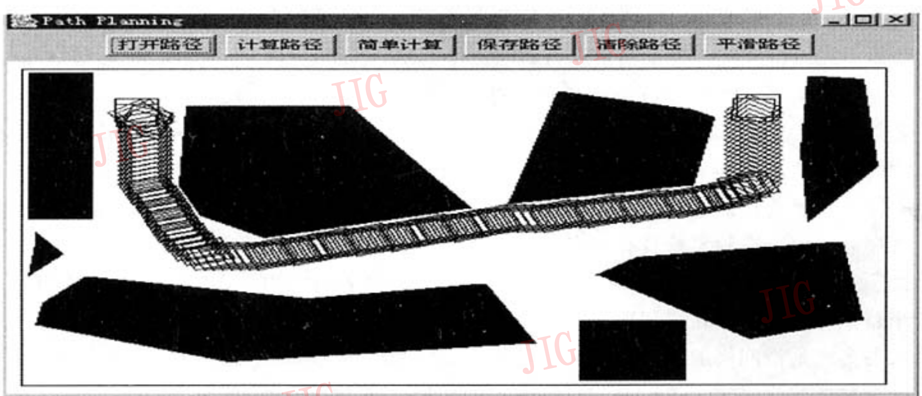

图 2 计算路径 1 结果显示

Fig. 2 Computation results for path one

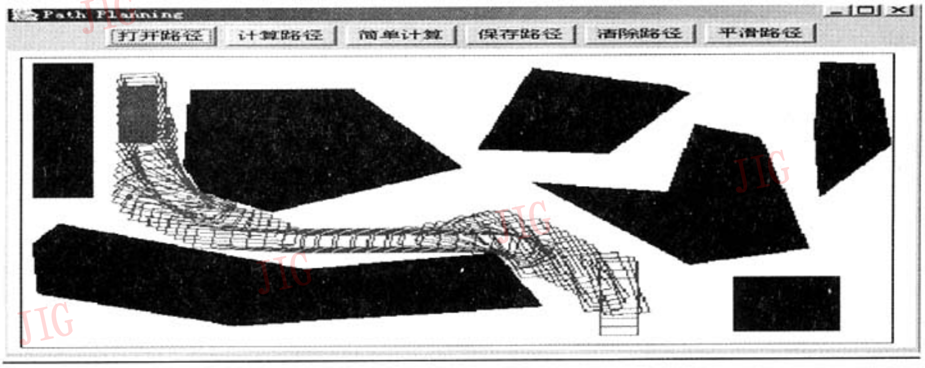

图 3　计算路径 2 结果显示

Fig. 3　Computation results for path two

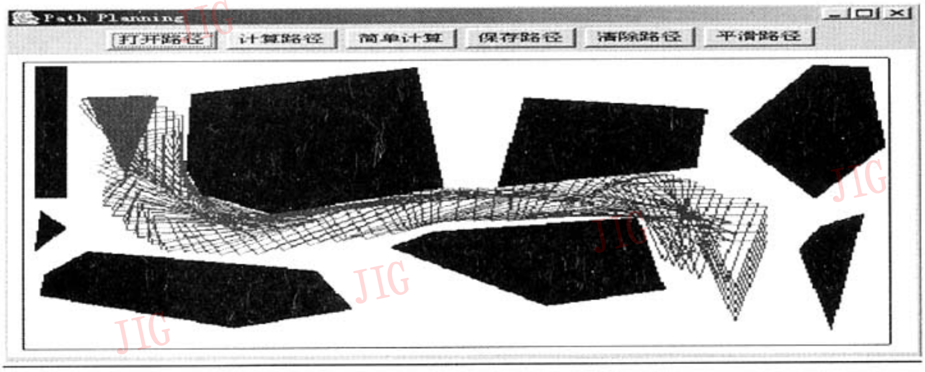

图 4　不同路径环境的路径计算结果

Fig. 4　Computation results for different path environments

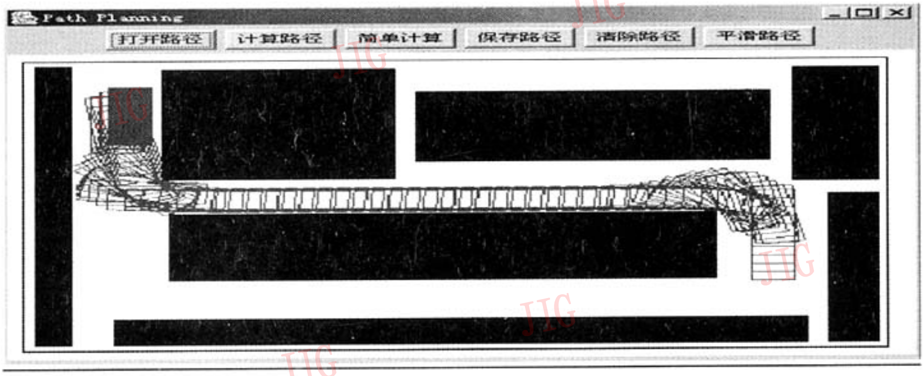

图 5　不同路径环境的路径计算结果

Fig. 5　Computation results for different path environments

由上述计算结果可以知道,Level set 方法可以较好地适应于不同环境下的路径计算。

5 Level set 方法与势能法计算比较

势能方法最突出的缺点是,会在障碍物附近引起震荡,可能会产生严重后果。

若以势能方法中的虚力场方法为例,并以障碍物产生的排斥力和目标吸引力的合成力的方向 δ 作为机器人导航模型的基础参考量,则根据机器人-环境差分方程模型可得出:$\delta = -Nd + M\alpha$

这里,$N = nW^n f\cos^2\delta/d^{n+1}\sin\alpha$,$M = (1-\tan\delta/\tan\alpha)\cos^2\delta$,并且,$f = F_{rx}/F_{ct}$,$F_{rx}$ 是由障碍物产生的排斥力参数,F_{ct} 是障碍物与目标间的吸引力。α 是机器人与目标之间的夹角,d 是障碍物到机器人的距离,W 是机器人宽度,n 是正整数。

若进一步分析差分方程,并引用 Routh 稳定准则,则稳定条件为

$$f \geqslant \cos\alpha[nV(\tau + T)/W\tan\alpha]^n \tag{4}$$

这里,V,T 和 τ 分别是机器人速度、抽样时间和与机器人导航相关的计算常数。当机器人在障碍物附近运动时,由于遇到干扰将使上述稳定条件得不到满足,从而引起震荡。

图 6 和图 7 分别表示机器人在障碍物附近移动时的计算路径。

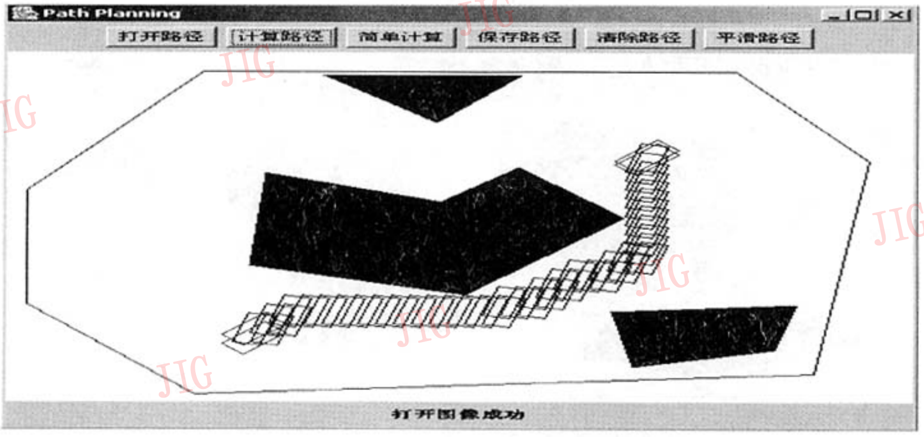

图 6 Level set 方法的计算路径

Fig. 6 Path Computation based on Level set method

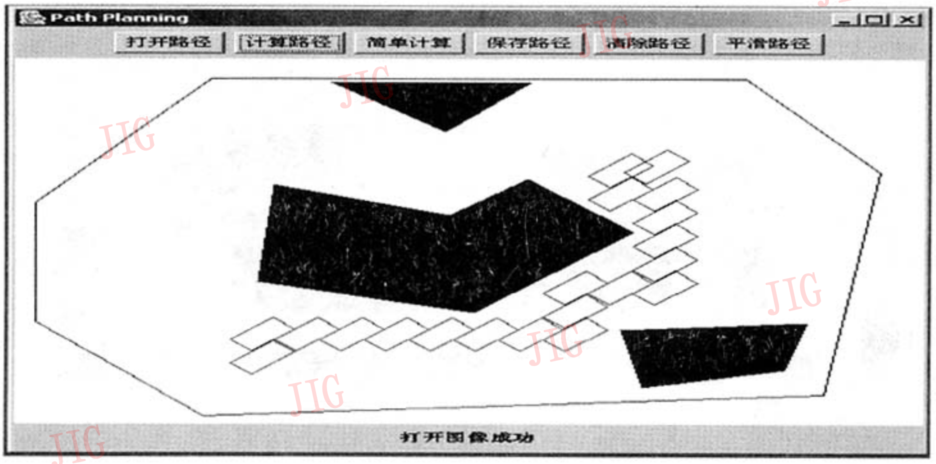

图 7 势能方法的计算路径

Fig. 7 Path computation based on potential field method

计算结果证明,势能方法在稳定条件(式(4))得不到满足时,机器人路径将引起震荡。

6 结论

本文应用水平集法来求解路径规划模型,并给出了计算结果及其可视化界面,现已得到一些初步结果,结果证明,用 Level set 法求解路径规划模型是有效的。路径规划模型也可以由以下水平集形式的 Eikonal 方程描述,即

$$|\nabla u| f(x,y,z) = 1$$
$$\text{s.t.} \quad u|_s = g(x,y,z)$$

这里,$f(x,y,z)$是全正或全负。该方程可以用迎风、有限差分等格式来计算求解,对于$f(x,y,z)=1$和$g(x,y,z)=0$得到的解$u(x,y,z)$便是障碍物到表面s的 Signed 距离。

将来的工作一方面要改善计算速度较慢的缺陷,例如考虑 TVD 等计算格式,另一方面要比较传统势能方法的结果,以及探讨水平集法应用于势能方法不适合环境下的路径规划的有效性,以发挥水平集法的最大优势。

参考文献(References)

1 Mitchell J S B, Payton D, Keirsey D. Planning and reasoning for autonomous vehicle control [J]. International Journal Intelligent Systems, 1987, **2**(1): 129 ~ 138.

2 Ron Kimmel, Arnon Amir, Bruckstein M. Finding shortest paths on surfaces using Level Sets propagation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, **17**(6): 635 ~ 640.

3 Ron Kimmel, Nahum Kiryati, Bruckstein Alfred M. Multivalued distance maps for motion planning on surfaces with moving obstacles [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, **14**(3): 427 ~ 435.

4 Koren K, Borenstein J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation [A]. In: Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation [C], Sacramento, California, USA, 1991: 1398 ~ 1404.

5 Suri J S. Leaking prevention in fast Level Sets using fuzzy models: an application in MR brain [A]. In: International Conference in Information Technology in Biomedicine(ITAB-ITIS) [C], Arlington, VA, USA, 2000:220 ~ 226.

6 Osher S, Shu C W. High-order essentially nonoscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equation [J]. Society for Industrial and Applied Mathemation Journal Numerical Analysis, 1991, **28**(4): 907 ~ 922.

7 Osher S J, Rudin L I. Feature-oriented image enhancement using shock filters[J]. SIAM Journal Numerical Analysis, 1990, **27**(4): 910 ~ 940.

8 Osher S J, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependen speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation [J]. Computation Physics, 1988, **79**(1):12 ~ 49.

9 Whitaker Ross T. A *Level-Set approach to 3D reconstruction from* range data[J]. Computer Vision, 1998, **29**(3): 203 ~ 231.

10 Sethian J A. A fast marching Level Set method for monotonically advancing fronts [J]. Proceedings of National Academy Science, 1996, **93**(4): 1591 ~ 1595.

11 YANG Yu-wang, Zhen Ya, QIU Guang-shen. Application of TVD scheme in modeling the flow of base bleed projectiles[A]. In: Third Pacific International Conference on Aerospace Science and Technology [C], Xi'an, China, 1997:492 ~ 498.

12 YANG Yu-wang, Zhen Ya, QIU Guang-shen. 3D finite volume TVD scheme application in flow of rocket nozzle [J]. Journal Nanjing University of Science and Technology, 1995, **19**(5):487 ~ 492. [杨余旺,郑亚,丘光申. 三维有限体积 TVD 格式在火箭喷管流场中的应用[J]. 南京理工大学学报, 1995, **19**(5):487 ~ 492.]